

# АППРОКСИМАЦИОННЫЙ СИНТЕЗ ПЛОСКОГО ДВУХПОДВИЖНОГО ПЕРЕНАСТРАИВАЕМОГО МАНИПУЛЯТОРА ПО МИНИМАКСНОМУ КРИТЕРИЮ ТОЧНОСТИ

Арутюнян М.Г., Степанян К.Г., Саркисян Ю.Л. (НПФА, г. Ереван, Армения)

Тел./факс: +37410520348; E-mail: [yusarg@seua.am](mailto:yusarg@seua.am)

**Abstract:** The problem of approximate synthesis of a planar five link 2 d.o.f. reconfigurable manipulator is considered by using the minimax norm of approximation accuracy. An efficient algorithm for determining numerical solutions of the problem is developed based on nonlinear programming computational techniques. The algorithm is illustrated by a numerical example of designing an adjustable link length manipulator to generate prescribed 20 positions of the output link grouped in 4 ordered sets.

**Keywords:** approximate synthesis, reconfigurable manipulator, approximation accuracy, minimax criterium.

**Введение.** В последние годы значительно возрос интерес к манипуляторам с ограниченной подвижностью, которые успешно заменяют универсальные многоподвижные манипуляционные системы со сложными системами управления при автоматизации ряда производственных операций, требующих реализации всего нескольких периодически повторяющихся позиций рабочего органа. К преимуществам таких устройств относятся малое число приводов и движущихся масс, простота управления и низкая себестоимость, высокая надёжность и благоприятные динамические характеристики [1]. С точки зрения практических приложений, особенно перспективны реконфигурируемые манипуляционные механизмы с малым числом степеней свободы, которые простым регулированием некоторых геометрических параметров способны перенастраиваться в процессе работы на выполнение различных программ перемещений объекта манипулирования [2,3]. В настоящей работе рассматривается задача синтеза плоского двухподвижного шарнирного пятизвенника с регулируемой длиной одного из звеньев для приближённого воспроизведения нескольких последовательностей заданных положений объекта, совершающего плоскопараллельное движение, с использованием минимаксного критерия оценки точности приближения.

**Постановка задачи синтеза.** Пусть задано  $m$  наборов конечноудалённых положений тела  $e$  относительно неподвижной системы  $OXY$ ,  $n$  положений в каждом наборе (рис. 1). Эти положения задаются посредством векторов  $(X_{o_{ij}}^*, Y_{o_{ij}}^*, \theta_{ij}^*)$  ( $i=1, 2, \dots, m; j=1, 2, \dots, n$ ), где  $X_{o_{ij}}^*, Y_{o_{ij}}^*$  - координаты начала  $o$  подвижной системы  $oxy$ , жёстко связанной с телом  $e$ ,  $\theta_{ij}^*$  - угол между осями  $OX$  и  $ox$ , отсчитываемый в положительном направлении. Фактические значения этих же параметров, определяемые из кинематического анализа механизма обозначим через  $X_{o_{ij}}(P), Y_{o_{ij}}(P)$  и  $\theta_{ij}(P)$  ( $i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$ ), где  $P = (P_1, P_2, \dots, P_k)$  - вектор совокупности всех постоянных и регулируемых искомых параметров:

$$P_1 = X_A, P_2 = Y_A, P_3 = X_D, P_4 = Y_D, P_5 = x_B, P_6 = y_B, P_7 = x_C, P_8 = y_C, P_9 = c; P_{9+i} = R_i (i = 1, 2, \dots, m); \varphi_{ij} (i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n), \text{ а } k = 9 + m + m \cdot n.$$

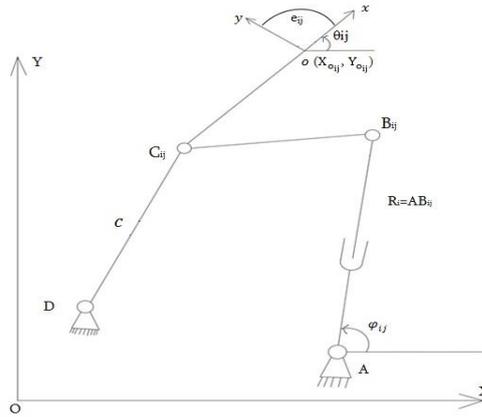


Рис. 1. Двухподвижный перенастраиваемый манипулятор ВПВВВ

Для оценки отклонений между фактическими и заданными положениями тела  $e$  введём чебышевскую меру:

$$\rho(P) = \max \left( \max_{\substack{i \in [1:m] \\ j \in [1:n]}} |X_{o_{ij}}(P) - X_{o_{ij}}^*|; \max_{\substack{i \in [1:m] \\ j \in [1:n]}} |Y_{o_{ij}}(P) - Y_{o_{ij}}^*|; \max_{\substack{i \in [1:m] \\ j \in [1:n]}} |\theta_{ij}(P) - \theta_{ij}^*| \right), \quad (1)$$

Тогда, задача синтеза сводится к определению такого вектора  $P^*$ , который минимизирует функционал (1) в результате решения следующей минимаксной задачи

$$\rho(P^*) = \min_{[P]} \rho(P). \quad (2)$$

В общем случае, искомые параметры не могут принимать произвольных значений. Поэтому на их изменения ставятся ограничения и задача (2) решается с их учётом. В данном случае, нами рассматриваются ограничения, характеризующие условия сборки кинематической цепи манипулятора (см. рис.1), которые представляются в следующем виде:

$$\begin{aligned} \Psi_{1ij} &= \sqrt{(X_A + R_i \cos \varphi_{ij} - X_D)^2 + (Y_A + R_i \sin \varphi_{ij} - Y_D)^2} - \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} - c \leq 0, \\ \Psi_{2ij} &= \sqrt{(X_A + R_i \cos \varphi_{ij} - X_D)^2 + (Y_A + R_i \sin \varphi_{ij} - Y_D)^2} - \left| \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} \right| - c \geq 0 \quad (3) \\ &(i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n) \end{aligned}$$

**Алгоритм решения задачи.** Наличие ограничений (3) не позволяет для решения нелинейной минимаксной задачи (2) использовать известные численные методы минимакса [4]. Поэтому, нами использован другой подход, который сводит данную задачу к задаче нелинейного программирования. Для этого функцию максимума (1) заменяем функцией

$$S(Pd) = d$$

и определяем минимум этой функции с учётом (3) и ограничений:

$$\begin{aligned} \theta_{ij}(P) - \theta_{ij}^* - d &\leq 0; \quad i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n, \\ \theta_{ij}(P) - \theta_{ij}^* + d &\geq 0; \quad i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n, \\ X_{o_{ij}}(P) - X_{o_{ij}}^* - d &\leq 0; \quad i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n, \\ X_{o_{ij}}(P) - X_{o_{ij}}^* + d &\geq 0; \quad i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n, \\ Y_{o_{ij}}(P) - Y_{o_{ij}}^* - d &\leq 0; \quad i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n, \end{aligned} \quad (4)$$

$$Y_{o_{ij}}(P) - Y_{o_{ij}}^* + d \geq 0; i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n.$$

Нетрудно убедиться, что решение рассматриваемой задачи нелинейного программирования приводит к решению минимаксной задачи (2). Отметим, что предлагаемый метод можно применять и в тех случаях, когда заданы значения регулируемых переменных параметров

$$R_i \text{ и } \varphi_{ij} (i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n).$$

**Численный пример.** Требуется спроектировать плоский двухподвижный перенастраиваемый манипулятор (рис.1), приближённо воспроизводящий 4 набора положений тела е, по 5 положений в каждом (таблица 1).

Таблица 1

$R_i \backslash \varphi_{ij}$		10	20	30	40	50
		1-й набор	0.7	$\theta_{1j}^*$		
0.37	2.36			3.94	5.09	5.78
$X_{o_{1j}}^*$						
-0.019	0.319			0.706	1.097	1.481
$Y_{o_{1j}}^*$						
		-0.021	-0.041	-0.01	0.095	0.246
2-й набор	0.8	$\theta_{2j}^*$				
		0.81	2.17	4.25	5.47	5.95
		$X_{o_{2j}}^*$				
		2.938	2.728	2.474	2.177	1.844
		$Y_{o_{2j}}^*$				
		1.506	1.223	0.945	0.682	0.495
3-й набор	0.9	$\theta_{3j}^*$				
		4.63	9.15	14.21	19.61	25.19
		$X_{o_{3j}}^*$				
		3.107	3.219	3.288	3.310	3.281
		$Y_{o_{3j}}^*$				
		1.785	2.057	2.320	2.569	2.800
4-й набор	1	$\theta_{4j}^*$				
		30.82	36.34	41.65	46.59	51
		$X_{o_{4j}}^*$				
		3.210	3.092	2.930	2.728	2.489
		$Y_{o_{4j}}^*$				
		3.009	3.189	3.332	3.432	3.483

Для численного решения задачи использованы следующие формулы:

$$\theta_{ij}(P) = 2 \operatorname{arctg} \left( \frac{-b_{ij} \pm \sqrt{b_{ij}^2 + a_{ij}^2 - g_{ij}^2}}{g_{ij} - a_{ij}} \right),$$

$$X_{o_{ij}}(P) = X_A + R_i \cos \varphi_{ij} - x_B \cos \theta_{ij} + y_B \sin \theta_{ij},$$

$$Y_{o_{ij}}(P) = Y_A + R_i \sin \varphi_{ij} - x_B \sin \theta_{ij} - y_B \cos \theta_{ij},$$

определяющие фактические положения тела  $e$ , где:

$$a_{ij} = 2 \left( e_{ij}(x_C - x_B) + f_{ij}(y_C - y_B) \right); \quad b_{ij} = 2 \left( f_{ij}(x_C - x_B) - e_{ij}(y_C - y_B) \right);$$

$$g_{ij} = e_{ij}^2 + f_{ij}^2 - c^2 + (x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2; \quad e_{ij} = X_A - X_D + R_i \cos \varphi_{ij}, \quad f_{ij} = Y_A - Y_D + R_i \sin \varphi_{ij}.$$

Эти формулы получены из кинематического анализа манипулятора.

В результате синтеза получены следующие значения искомых параметров:  $X_A=2.8921$ ;  $Y_A=2.2392$ ;  $x_B=2.6486$ ;  $y_B=3.0366$ ;  $x_C=3.1844$ ;  $y_C=3.5062$ ;  $X_D=5.2714$ ;  $Y_D=1.8667$ ;  $c=2.2199$ . Максимальное отклонение составило:  $d=0.0592$ .

**Заключение.** Задача аппроксимационного синтеза плоского двухподвижного пятизвенного манипулятора, приближённо реализующего несколько наборов заданных положений объекта манипулирования, сформулирована и решена как задача нелинейного программирования. Кроме постоянных геометрических параметров манипулятора в процессе синтеза определяются также значения переменных линейных и угловых координат, подлежащие регулированию для перенастройки на выполнение нового кинематического задания. Исследование выполнено при финансовой поддержке Государственного комитета по науке МОН РА в рамках научного проекта 13-2D181.

**Список литературы:** 1. Lower-Mobility Parallel Robots: Theory and Applications. Advances in Mechanical Engineering.-Hindawi Publishing Co.,2010.-80p. 2. Sarkissyan Y.L., Kharatyan A.G., Eghishyan K.M., Parikyan T.F. Synthesis of Mechanisms with Variable Structure and Geometry for Reconfigurable Manipulation Systems // Proc. of ASME/IFTOMM Int. Conf. on Reconfigurable Mechanisms and Robots, Re Mar.-London, UK, 2009.-P.195-199. 3. Саркисян Ю.Л., Харатян А.Г., Парикян Т.Ф. Аппроксимационный синтез реконфигурируемых манипуляционных механизмов с регулируемыми диадами // Изд. НАН РА и ГИУА. Сер.ТН.-2009.-Т.62, №3.-С.251-261. 4. Федоров В.В. Численные методы минимакса. -М.:Наука,1979.-278с.